

MATRIISILASKENTA MS-A0001
TAULUTEHTÄVÄT VIIKKO 2 (TO-PE)

Ohje: Tee tehtäviä kotona ennen harjoituksia. Harjoitustilaisuudessa voit merkitä tehtävät tehdyksi, jolloin saat niistä pisteitä. Tällöin saatat päästä myös esittämään ratkaisusi taululle.

Harjoitus 1. Olkoon

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{ja} \quad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Millaisen joukon $V = \text{span}(\mathbf{v}, \mathbf{w})$ vektorit virittävät? Perustele, miksi tämä on avaruuden $\mathbb{R}^4$ aliavaruus.

(b) Kuuluuko vektori

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

aliavaruuteen V ? Perustele.

Harjoitus 2. Tutkitaan joukkoa

$$W = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - 2y + z = 0\}.$$

(a) Osoita, että W on kolmiulotteisen avaruuden $\mathbb{R}^3$ aliavaruus.

(b) Etsi vektorit, jotka virittävät aliavaruuden W . Mikä on aliavaruuden W dimensio?

Harjoitus 3. Tutkitaan joukkoa

$$U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : xy = 0\}.$$

(a) Onko W kolmiulotteisen avaruuden $\mathbb{R}^3$ aliavaruus?

(b) Perustele vatauksesi edelliseen kohtaan. Jos U ei ole aliavaruus, etsi kaksi vektoria U :ssa, joiden summa ei ole U :ssa.

Harjoitus 4. Ratkaise yhtälöryhmä

$$\begin{cases} x + y + z = 4, \\ 2x - y + z = 3, \\ x + 2y - z = 1. \end{cases}$$

Gaussin eliminaatiolla. Laita rivioperaatiot näkyviin.

Harjoitus 5. Tutkitaan yhtälöryhmää

$$\begin{cases} x + y + z = 2, \\ 2x - y + z = 1, \\ 3x + 2z = \lambda, \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

- (a) Selvitä Gaussin eliminaatiolla, millä vakion λ arvoilla yhtälöryhmällä on ratkaisu.
- (b) Näissä tapauksissa etsi yhtälöryhmän ratkaisujoukko.