MATRIISILASKENTA MS-A0001
KOTITEHTÄVÄT VIIKKO 5

Ohje: Kirjoita ratkaisu tehtävään huolella, ja pidä huolta, että perustelut ja välivaiheet ovat myös näkyvissä. Palauta ratkaisusi PDF-muodossa vastaavalle palautussivulle MyCoursesissa. Deadline on:

Tiistaina 24.11 klo 11:00 - **Pidennetty päivällä normaalista**

Harjoitus 1. Tarkastellaan neliömuotoa

$$q(x, y) = x^2 - 4xy + 3y^2.$$

(a) Muodosta neliömuotoa vastaava symmetrinen matriisi A.
(b) Selvitä neliömuodon q definiittiys.
(c) Anna esimerkit vektoreista $\mathbf{u}$ ja $\mathbf{v}$, joille

$$q(\mathbf{u}) > 0 \qquad \text{ja} \qquad q(\mathbf{v}) < 0.$$

Harjoitus 2. Olkoon

$$N = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

(a) Laske N^2 ja osoita, että $N^k = 0$ kaikilla kokonaisluvuilla $k \geq 2$.
(b) Määritä matriisieksponentti e^{tN}.
(c) Ratkaise differentiaaliyhtälöryhmä

$$\mathbf{x}'(t) = N\mathbf{x}(t), \qquad \mathbf{x}(0) = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}.$$

(d) Tarkista ratkaisusi derivoimalla.